RASYONEL SAYILAR

Tanım a, b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılan sayılardır.

$\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -3, 5,$ ~~$\frac{\sqrt{2}}{3}$~~, ~~π~~, ~~e~~, ...

NOT :) $\frac{a}{b}$ kesrinde

$|a| < |b|$ ise $\frac{a}{b}$ kesri basit kesir

$|a| \geq |b|$ ise $\frac{a}{b}$ kesri bileşik kesirdir.

NOT :) $\frac{a}{0} \rightarrow$ tanımsızdır $(a \neq 0)$

$\frac{0}{a} \rightarrow$ sıfırdır $(a \neq 0)$

$\frac{0}{0} \rightarrow$ belirsizliktir.

• **Tam sayılı kesir:**

$a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c} = \frac{a.c+b}{c}$

$-a\frac{b}{c} = -\left(a + \frac{b}{c}\right) = -\left(\frac{a.c+b}{c}\right)$

1) $\frac{2x+5}{7}$ kesrinin basit kesir olmasını sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

$|2x+5| < |7|$

$-7 < 2x+5 < 7$

$-12 < 2x < 2$

$-6 < x < 1$

$\rightarrow \{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$

1 tanedir.

2) $\frac{9}{x-4}$ kesrinin bileşik kesir olmasını sağlayan x tam sayılarının toplamı nedir?

$|9| \geq |x-4|$

$|x-4| \leq 9$

Ayrıca paydada $x-4 \neq 0$, $x \neq 4$

$-9 \leq x-4 \leq 9$, $-5 \leq x \leq 13$

$\{-5, -4, -3, ..., 3, \not{4}, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

$\not{-5} - 4 \not{-3} \not{-2} \not{-1} - 0 \not{+1} \not{+2} \not{+3} \not{+5} + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13$

$-4 + 76 = 72$

3) $2004\frac{1}{5} - 2000\frac{6}{5}$ işleminin sonucu nedir?

$2004 + \frac{1}{5} - \left(2000 + \frac{6}{5}\right)$

$= 2004 - 2000 + \frac{1}{5} - \frac{6}{5} = 4 - 1 = 3$

4) $\dfrac{102\frac{3}{2} - 100\frac{1}{2}}{105\frac{1}{2} - 106\frac{3}{2}}$ işleminin sonucu nedir?

$\dfrac{102 - 100 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{105 - 106 + \frac{1}{2} - \frac{3}{2}} = \dfrac{2+1}{-1-1} = -\frac{3}{2}$

5) $\dfrac{4}{1 - \frac{2}{a+3}}$ kesrini tanımsız yapan a değerlerinin toplamı nedir?

$\dfrac{4}{1 - \frac{2}{\boxed{a+3}}}$ $a+3 = 0 \Rightarrow a = -3$

$\dfrac{4}{\frac{a+3}{a+3} - \frac{2}{a+3}} = \dfrac{4}{\frac{a+1}{a+3}} = \dfrac{4.(a+3)}{\boxed{a+1}}$ $a+1 = 0 \Rightarrow a = -1$

$(-3) + (-1) = -4$

Rasyonel sayılarda işlemler:

- **Toplama ve çıkarma:**

Paydalar eşitlenerek işlem yapılır.

$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$ (4) (5)

$\frac{4}{9} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{16}{36} + \frac{9}{36} - \frac{3}{36} = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$ (4) (9) (3)

$3 - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4}$

- **Çarpma ve bölme:**

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$

$\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}$

$\left(\frac{12}{5}\right) : \frac{1}{5} = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{1} = 12$

İŞLEM ÖNCELİĞİ :)

1) Parantez içi
2) Üs alma
3) Çarpma ve bölme
4) Toplama ve çıkarma

:) Çarpma ve bölmede işlem önceliği yoktur ama eğer yanyana verildiyse soldan sağa doğru işlem yapılır.

$a.b : c = \frac{a.b}{c}$

$a : b.c = \frac{a}{b} . c$

$4 : 2 . 5 = 2.5 = 10$

6) $\dfrac{5\left(2 - \frac{3}{5}\right)}{2\left(3 - \frac{5}{2}\right)}$ işleminin sonucu nedir?

$\dfrac{5 \cdot \frac{7}{5}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{7}{1} = 7$

7) $\dfrac{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$ işleminin sonucu nedir?

$\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \dfrac{\frac{9}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{72}{4} = 18$

8) $\dfrac{\left(\frac{1}{5} - 1\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{5} + 1}$ işleminin sonucu nedir?

$\dfrac{-\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{5}}{\frac{6}{5}} = -\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{6}{5}$

9) $\dfrac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right)}$ işleminin sonucu nedir?

$\dfrac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4}} = \dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{8}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

10) $\dfrac{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$ işleminin sonucu nedir?

$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$

$\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{12}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

11) $\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{9}\right)=1-\frac{1}{3^k}$ ise k nedir?

$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{10}{9}=1-\frac{1}{3^k}$

$\frac{80}{81}=1-\frac{1}{3^k} \Rightarrow \frac{1}{3^k}=1-\frac{80}{81}$

$\frac{1}{3^k}=\frac{1}{81} \Rightarrow k=4$

12) $\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{4}\right]:\frac{5}{6}$ işleminin sonucu nedir?

$\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{4}\right):\frac{5}{6}=\frac{1}{24}:\frac{5}{6}$

$=\frac{1}{24}\cdot\frac{6}{5}=\frac{1}{20}$

13) $\left[\frac{3}{1-\frac{3}{4}}+\frac{\frac{3}{4}-1}{3}\right]:\frac{1}{12}$ işleminin sonucu nedir?

$\left(\frac{3}{\frac{1}{4}}+\frac{-\frac{1}{4}}{3}\right):\frac{1}{12}=\left(12-\frac{1}{12}\right):\frac{1}{12}$

$=\frac{143}{\cancel{12}}\cdot\frac{\cancel{12}}{1}=143$

14) $\frac{\frac{3}{2}}{3}-\frac{2}{\frac{2}{3}}$ işleminin sonucu nedir?

$\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{3}-\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{6}-\frac{6}{2}=\frac{3}{6}-\frac{18}{6}$ (3)

$=\frac{-15}{6}=-\frac{5}{2}$

15) $\left(1+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{4}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{2}{21}\right)$

işleminin sonucu nedir?

$\frac{\cancel{5}}{3}\cdot\frac{\cancel{6}}{4}\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{8}}{\cancel{6}}\cdots\frac{\cancel{21}}{\cancel{19}}\cdot\frac{22}{\cancel{20}}\cdot\frac{23}{\cancel{21}}$

$=\frac{\overset{11}{\cancel{22}}\cdot 23}{3\cdot\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{253}{6}$

:) merdivenli işlemlerde merdiven nereye giderse oradan başlanır.

16) $1+\frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}$ işleminin sonucu nedir?

$1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{1}{2}}}=1+\frac{1}{1+2}=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

17) $1+\frac{2}{2-\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}$ işleminin sonucu nedir?

$1+\frac{2}{2-\frac{1}{\frac{3}{2}}}=1+\frac{2}{2-\frac{2}{3}}=1+\frac{2}{\frac{4}{3}}$

$=1+2\cdot\frac{3}{4}=1+\frac{6}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

18) $1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{a}}}$ ifadesinin en sade hali nedir?

$1-\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{a-1}{a}}}=1-\frac{1}{1-\frac{a}{a-1}}=1-\frac{1}{\frac{a-1}{a-1}-\frac{a}{a-1}}$

$=1-\frac{1}{\frac{-1}{a-1}}=1-1\cdot\left(\frac{a-1}{-1}\right)=\cancel{1}+a-\cancel{1}=a$

19) $1+\frac{1+\frac{1+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$ işleminin sonucu nedir?

üst kısımla başlanırsa $1+\frac{1+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=1+\frac{\frac{3}{\cancel{2}}}{\frac{1}{\cancel{2}}}=4$

$1+\frac{4}{\frac{1}{2}}=1+8=9$

:) Sonsuza giden sorularda tekrar eden kısma x denilip x'e eşitlenerek işlem yapılır.

20) $2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{\vdots}}}}$ işleminin sonucu nedir?

$2-\cfrac{1}{\underset{x}{\boxed{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{\vdots}}}}}} = x$

$2-\frac{1}{x}=x \Rightarrow 2x-1=x^2$

$x^2-2x+1=0$

$(x-1).(x-1)=0 \Rightarrow x=1$

21) $4+\cfrac{12}{4+\cfrac{12}{4+\cfrac{12}{\vdots}}} + 3+\cfrac{4}{3+\cfrac{4}{3+\cfrac{4}{\vdots}}}$ işleminin sonucu nedir?

$4+\frac{12}{x}=x \Rightarrow 4x+12=x^2$

$x^2-4x-12=0$

$x \quad -6$

$x \quad +2$

$\Rightarrow \boxed{x=6}$

$x\neq-2$

$3+\frac{4}{y}=y \Rightarrow 3y+4=y^2$

$y^2-3y-4=0$

$y \quad -4$

$y \quad +1$

$\Rightarrow \boxed{y=4}$

$y\neq-1$

$6+4=10$

22) $A=\frac{3}{5}+\frac{4}{7}+\frac{19}{3}$ ise $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\frac{2}{3}$ ifadesinin A cinsinden değeri nedir?

$A=\frac{3}{5}+\frac{4}{7}+\frac{19}{3}$

$B=\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\frac{2}{3}$

$+$

$A+B=1+1+7$

$A+B=9 \Rightarrow B=9-A$

23) $A=\frac{3}{7}+\frac{1}{11}+\frac{11}{13}$ ise $\frac{8}{7}+\frac{9}{11}+\frac{4}{13}$ ifadesinin A cinsinden değeri nedir?

$2/\; A=\frac{3}{7}+\frac{1}{11}+\frac{11}{13}$

$B=\frac{8}{7}+\frac{9}{11}+\frac{4}{13}$

$+$

$2A+B=2+1+2$

$2A+B=5 \Rightarrow B=5-2A$

24) $\dfrac{\frac{3}{5}+\frac{4}{9}-\frac{13}{7}}{\frac{2}{5}+\frac{5}{9}-\frac{1}{7}}$ işleminin sonucu nedir?

$A=\frac{3}{5}+\frac{4}{9}-\frac{13}{7}$

$B=\frac{2}{5}+\frac{5}{9}-\frac{1}{7}$

$+$

$A+B=1+1-2$

$A+B=0$

$\dfrac{\frac{3}{5}+\frac{4}{9}-\frac{13}{7}}{\frac{2}{5}+\frac{5}{9}-\frac{1}{7}} = \frac{A}{B} = -1$

• Kesirlerde sıralama :

:) Pozitif kesirlerde eğer pay ve paydanın eşitlenmesi kolaysa birini eşitleriz ve sıralarız.

⇒ Paydaları eşit olan kesirlerden payı büyük olan daha büyüktür.

$\frac{7}{9} > \frac{5}{9}$

⇒ Payları eşit olan kesirlerden paydası küçük olan daha büyüktür.

$\frac{11}{9} > \frac{11}{12}$

• sayılar negatif ise önce pozitif gibi sıralanır sonra eşitsizliğin yönü değiştirilir.

25) $a = \frac{5}{3}$, $b = \frac{7}{5}$, $c = \frac{1}{3}$ kesirlerinin sıralanışı nasıldır?

$a = \frac{5}{3} = \frac{25}{15}$

$b = \frac{7}{5} = \frac{21}{15}$

$c = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

$a > b > c$

26) $a = -\frac{11}{10}$, $b = -\frac{101}{100}$, $c = -\frac{1001}{1000}$ sayılarının sıralanışı nasıldır?

önce pozitif gibi düşünelim

$a = \frac{11}{10} = \frac{1100}{1000}$

$b = \frac{101}{100} = \frac{1010}{1000}$

$c = \frac{1001}{1000}$

~~$a > b > c$~~

$c > b > a$

:) Payı ile paydası arasındaki farkı eşit olan kesirlerde sıralama yapılırken

⇒ Pozitif basit kesirlerde pay ve paydadaki sayılar büyüdükçe kesrin değeri artar.

$\frac{13}{15} > \frac{7}{9} > \frac{3}{5}$

⇒ Pozitif bileşik kesirlerde pay ve paydadaki sayılar küçüldükçe kesrin değeri artar.

$\frac{101}{99} < \frac{97}{95} < \frac{15}{13}$

27) $a = \frac{19}{16}$, $b = \frac{7}{4}$, $c = \frac{105}{108}$, $d = \frac{99}{102}$ kesirlerinin sıralanışı nedir?

$b > a > c > d$

• Devirli Ondalıklı Sayılar:

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$

$\frac{1}{125} = \frac{8}{1000} = 0,008$

$\frac{4}{20} = \frac{2}{10} = 0,2$

$\frac{3}{9} \Rightarrow$ 30 ÷ 9 = 0,333.... (30 − 27 = 3; 30 − 27 = 3; 030 − 27 = 03)

$\frac{3}{9} = 0,\overline{3}$

Devirli ondalıklı sayının rasyonel sayıya çevrilmesi:

$$ab,c\overline{de} = \frac{\left(\text{Sayının tamamı}\right) - \left(\text{Devretmeyen kısım}\right)}{\text{Virgülden sonra devreden kadar 9, devretmeyen kadar sıfır yazılır.}}$$

$$= \frac{abcde - abc}{990}$$

$1,\overline{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$

$1,0\overline{9} = \frac{109-10}{90} = \frac{99}{90}$

$0,\overline{2} = \frac{2-0}{9} = \frac{2}{9}$

28) $\frac{3}{0,2} - (0,25)^{-2}$ işleminin sonucu nedir?

$\frac{3}{0,2} - \left(\frac{25}{100}\right)^{-2} = \frac{3}{\frac{2}{10}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

$= \frac{30}{2} - 16 = 15 - 16 = -1$

29) $\frac{0,1}{0,01} - \frac{0,02}{0,2}$ işleminin sonucu nedir?

sayıları virgülden kurtarmak için pay ve payda 100 ile çarpılır.

$\frac{10}{1} - \frac{2}{20} = 10 - \frac{2}{20} = 10 - \frac{1}{10} = \frac{99}{10} = 9,9$

yada kesre çevirilir ve işlem yapılır.

$\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{100}} - \frac{\frac{2}{100}}{\frac{2}{10}} = \frac{1}{10} \cdot \frac{100}{1} - \frac{2}{100} \cdot \frac{10}{2}$

$= 10 - \frac{1}{10} = 9,9$

30) $\frac{2,3}{0,23} + \frac{2,3}{0,1}$ işleminin sonucu nedir?

$\frac{230}{23} + \frac{23}{1} = 10 + 23 = 33$

31) $\frac{0,25}{2,5} + \frac{1,01}{0,1} + \frac{15}{0,02}$ işleminin sonucu nedir?

$\frac{25}{250} + \frac{101}{10} + \frac{1500}{2}$

$= \frac{1}{10} + \frac{101}{10} + \frac{1500}{\underset{(5)}{2}} = \frac{1}{10} + \frac{101}{10} + \frac{7500}{10} = \frac{7602}{10}$

$= 760,2$

32) X pozitif bir ondalıklı kesirdir.

$X + \frac{1}{40}$ bir tam sayı olduğuna göre

X in virgülden sonraki kısmı nedir?

100 ⟌40
−80 → 0,025
0200
−200
000

$X + 0,025$ tam sayı ise $1 - 0,025 = 0,975$ sayısındaki ..., 975 X in virgülden sonraki kısmıdır.

33) k ve m devirli ondalıklı sayılar olmak üzere $k = 0,\overline{2}$ ve $m = 0,\overline{5}$ ise $\frac{1}{k} + \frac{1}{m}$ toplamı nedir?

$k = 0,\overline{2} = \frac{2}{9}$

$m = 0,\overline{5} = \frac{5}{9}$

$\frac{1}{\frac{2}{9}} + \frac{1}{\frac{5}{9}} = \frac{9}{\underset{(5)}{2}} + \frac{9}{\underset{(2)}{5}} = \frac{45}{10} + \frac{18}{10}$

$= \frac{63}{10} = 6,3$